

Tento výukový materiál byl vytvořen v rámci projektu MatemaTech – Matematickou cestou k technice.	
Předmět:	Matematika
Téma:	Lineární rovnice nebo aritmetická posloupnost, kvadratická funkce, analytická geometrie paraboly.
Věk žáků:	15 – 19 let
Časová dotace:	30 min
Potřebné pomůcky, požadavky na techniku:	Učitelský PC s dataprojektorem (není podmínkou); kalkulačky pro žáky.
Požadované znalosti a dovednosti žáků:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- lineární rovnice nebo aritmetická posloupnost</li> <li>- kvadratická funkce nebo analytická geometrie paraboly</li> </ul>
Získané dovednosti a znalosti:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- schopnost vyčíst z technické dokumentace potřebné technické údaje o objektu</li> <li>- aplikace lineární rovnice nebo aritmetické posloupnosti, kvadratické funkce nebo analytické geometrie paraboly při řešení technického problému</li> <li>- osvojení odborné terminologie stavební praxe mostů</li> </ul>
Aplikace tématu v reálném životě:	Podélný řez je nedílnou součástí technické dokumentace nejen stavební praxe.
Zdroje:	<p>[1]STRÁSKÝ, Jiří. Lávka přes Vltavu v Českých Budějovicích. <i>Stavebnictví</i> [online]. <b>08(01)</b> [cit. 2017-01-14]. Dostupné z: <a href="http://www.casopisstavebnictvi.cz">www.casopisstavebnictvi.cz</a></p> <p>[2]MAHNELOVÁ, H., ŠUKOVÁ, M. <i>Matematické úloh inspirované lávkou přes Vltavu. South Bohemia Mathematical Letters Report Series</i>, 2016, vol. 24, s. 33-42. ISSN 2336–2081.</p>
Autor:	Mgr. Hana Mahnelová, Ph. D.

## PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKY (k tisku)

České Budějovice se mohou pochlubit více jak 140 mosty, z toho 9 vede přes Vltavu a jeden z nich (obr. 1) bude hlavním hrdinou naší matematické úlohy.

Konstrukční řešení lávky tvoří netradičně jeden skloněný parabolický oblouk zapuštěný do ocelobetonové mostovky. Obloukové rozpětí je 53,2 m a vzepětí 8 m. Je tvořen ocelovou rourou průměru 355,6 mm; mostovka pak dvěma okrajovými ocelovými rourami průměrů 508 a 355,6 mm, které jsou spojeny příhradou [1]. Na technickém nákresu (obr. 2) vidíme podélný řez mostu.

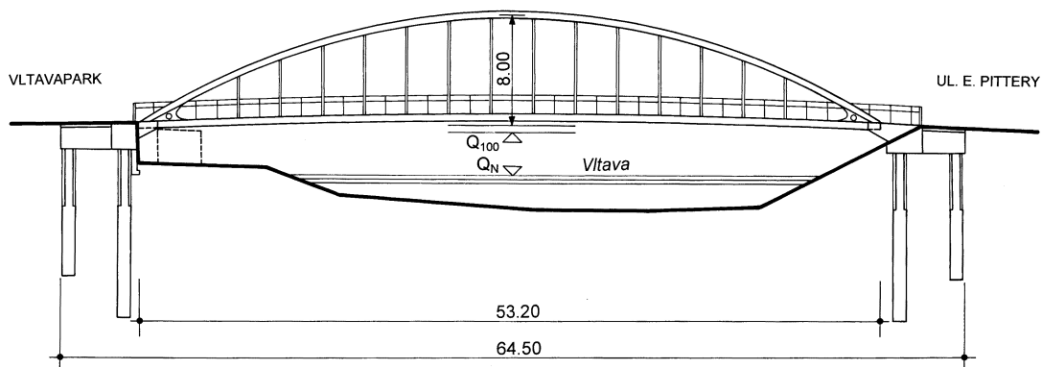


Obrázek 1 – Lávka v Českých Budějovicích

### Úkol:

Z další technické dokumentace víme, že mostní oblouk má celkem 14 závěsů ve stejné vzdálenosti od sebe, přičemž první z každé strany je umístěn 7 100 mm od konce oblouku.

- Určete vzdálenost dvou sousedních závěsů.
- Vypočtete délky nejdelších a nejkratších závěsů.



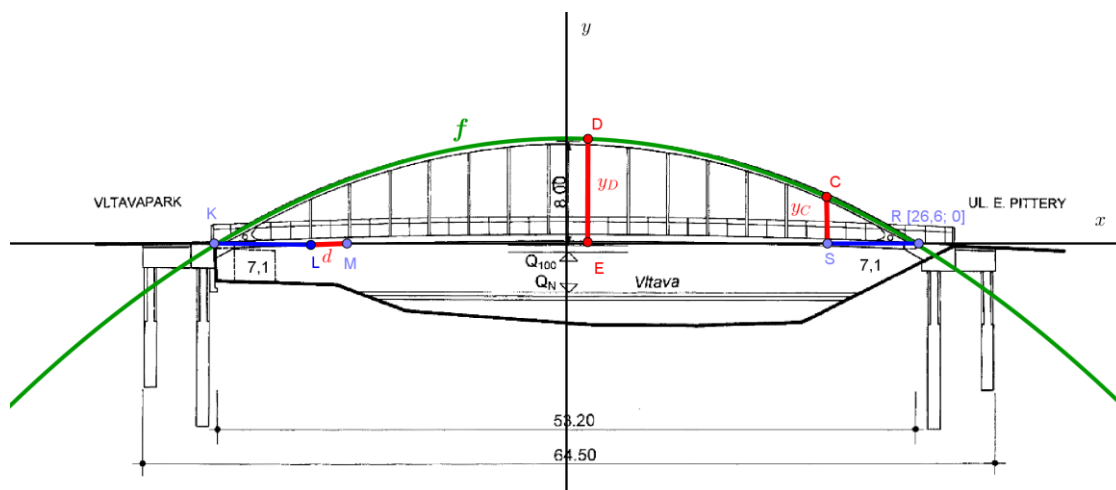
**Obrázek 2 – Podélný řez mostu**

## METODICKÉ POKYNY

PL lze použít i pro skupinovou práci.

## VZOROVÉ ŘEŠENÍ

Jako součást návrhu nám poslouží podélný řez lávky, umístěný do souřadného systému podle obrázku 3.



Obrázek 4 – Ilustrační obrázek

- a) Označme vzdálenost sousedních závěsů  $d$ . Při umístění 14 závěsů vzniká mezi nimi 13 mezer, každá má délku  $d$ . Úsečky  $KL$  a  $SR$  mají stejnou délku, 7,1 m. Hledanou vzdálenost vypočteme z rovnice

$$2 \cdot 7,1 + 13d = 53,2,$$

jejíž řešení je  $d = 3$ . Jednotlivé závěsy jsou od sebe vzdáleny 3 metry.

Úlohu můžeme také řešit se žáky užitím aritmetické posloupnosti. Uvažujme vzdálenosti jednotlivých závěsů od bodu  $K$  jako členy aritmetické posloupnosti. Platí

$$\begin{aligned} a_0 &= |KL| = 7,1 \text{ m} \\ a_1 &= |KM| = |KL| + |LM| = 7,1 + d \\ a_2 &= 7,1 + 2d, \text{ obecně} \\ a_n &= 7,1 + (n-1)d = |KS| \end{aligned}$$

Z podélného řezu vyčteme  $|KS| = 53,2 - 7,1 = 46,1$  [m], proměnná  $n$  určuje počet závěsů,  $n = 14$ . Pro zjištění vzdálenosti  $d$  použijeme rovnici

$$7,1 + 13d = 46,1$$

Řešením je  $d = 3$ . Vzdálenost mezi sousedními závěsy je 3 m.

- b) Jeden ze dvou nejdelších závěsů je na obrázku 4 vyznačen úsečkou  $DE$ , jeden z nejkratších pak úsečkou  $SC$ . Úlohu můžeme řešit opět vhodným umístěním obrázku do souřadného systému s využitím předpisu paraboly jako kvadratické funkce, nebo z vyjádření její obecné rovnice (podrobněji v PL – Lávka 1 nebo v PL Lávka 3). Díky zjištěné vzdálenosti sousedních závěsů vyjádříme souřadnice bodů  $C[19,5; y_C], D[1,5; y_D]$ . Neznámé druhé souřadnice zjistíme z vlastností  $C \in f, D \in f$ .

$$f: y = -\frac{200}{17\,689}x^2 + 8$$
$$y_C = -\frac{200}{17\,689} \cdot 19,5^2 + 8 \approx 3,701 \text{ [m]}$$
$$y_D = -\frac{200}{17\,689} \cdot 1,5^2 + 8 \approx 7,975 \text{ [m]}$$

Vypočtené ypsilonové souřadnice jsou délkami požadovaných závěsů. Nejdelší závěsy měří asi 7,975 m, nejkratší 3,701 m.