

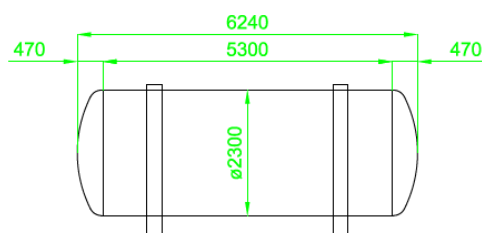
Tento výukový materiál byl vytvořen v rámci projektu MatemaTech – Matematickou cestou k technice.	
Předmět:	Matematika
Téma:	Objem válce, objem kulové úseče
Věk žáků:	14 - 18
Časová dotace:	15 minut, (+ 15 minut)
Potřebné pomůcky, požadavky na techniku:	Kalkulačka, zařízení s připojením na internet, dataprojektor
Požadované znalosti a dovednosti žáků:	Převody objemových jednotek Výpočet objemu válce Procenta Práce s Ludolfovým číslem na kalkulačce
Získané dovednosti a znalosti:	Zjištění potřebných dat z technického obrázku Procvičení výpočtu objemu tělesa Seznámení s částí koule Kontrolní výpočet v on-line prostředí
Aplikace tématu v reálném životě:	Pivní ležácké tanky nemají tvar ideálního válce.
Zdroje:	<a href="https://www.idnes.cz/ceske-budejovice/zpravy/budejovicky-budvar-tanky-sklep.A180510_095729_budejovice-zpravy_epkub">https://www.idnes.cz/ceske-budejovice/zpravy/budejovicky-budvar-tanky-sklep.A180510_095729_budejovice-zpravy_epkub</a> ZVU Strojírny Hradec Králové <a href="http://dopocitej.cz">http://dopocitej.cz</a>
Autor:	Mgr. Hana Mahnelová, Ph. D. PhDr. RNDr. Jan Fiala, Ph. D.

## PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKY (k tisku)

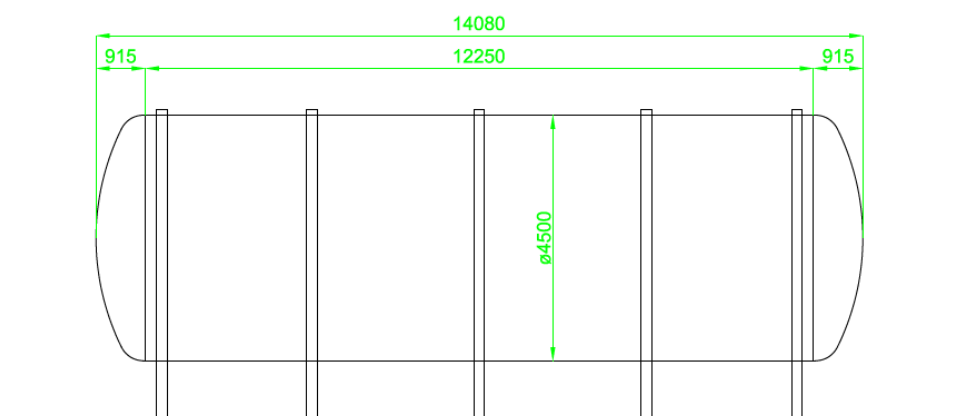
### Objem pivních ležáckých tanků

V roce 2018 společnost Budějovický Budvar, n. p. začala montáž technologie nového ležáckého sklepa. K tomuto účelu vyrobila firma ZVU Strojírny Hradec Králové dva typy ležáckých tanků, o celkovém objemu 244 hl a 2100 hl. Dodavatel pro účely našeho úkolu poskytl jednoduchý náčrtek tanků. Číselné údaje jsou uvedeny v mm.

**Ležácký tank, celkový objem 244 hl**



**Ležácký tank, celkový objem 2100 hl**



Pro Budějovický Budvar vyrobily:

**ZVU STROJÍRNY**  
Hradec Králové  
[www.zvustrojirny.cz](http://www.zvustrojirny.cz)

Úkol: Kolik % celkového objemu ležáckého tanku zaplní pivo v zaoblených částech tanku? Je tato hodnota stejná pro oba druhy tanků?

## METODICKÉ POKYNY

PL je určen k samostatné práci žáků. Obrázek je možné promítnout. Na žácích necháme volbu jednotek, v jakých chtějí s veličinami počítat. Postupně usoudí, že nejrozumnější bude počítat s metry.

Řešení úlohy můžeme obohatit společným kontrolním výpočtem objemu kulové úseče s využitím on-line prostředí [http://dopocitej.cz/kulova\\_usec.html](http://dopocitej.cz/kulova_usec.html). Těleso, které doplňuje „prostřední válec“ můžeme tvarově přirovnat ke kulové úseči.

## VZOROVÉ ŘEŠENÍ

Známe objem každého tanku, který je třeba převést na  $\text{m}^3$ . Celkový objem  $V$  dvou zaoblených částí (nazývejme je kulové úseče) zjistíme rozdílem objemu tanku  $V_t$  a objemu válce  $V_v$ .

1. Výpočet pro menší tank:

$V_t = 244 \text{ hl} = 24,4 \text{ m}^3$ . Z technického obrázku určíme potřebné rozměry:

$r = 1,15 \text{ m}$ ,  $v = 5,3 \text{ m}$ . Objem válce je

$$V_v = \pi r^2 v = 1,15^2 \cdot 5,3 \cdot \pi \doteq 7\pi \text{ m}^3,$$

$$V = V_t - V_v, \quad V = 24,4 - 7\pi \doteq \text{m}^3.$$

Počet  $p$  procent vypočteme ze základu  $V_t = 24,4 \text{ m}^3$ :

$$p = \frac{100 \cdot 2,4}{24,4} \doteq 9,8 \text{ \%}.$$

2. Výpočet pro větší tank:

$V_t = 2100 \text{ hl} = 210 \text{ m}^3$

Z technického obrázku určíme potřebné rozměry:  $r = 2,25 \text{ m}$ ,  $v = 12,25 \text{ m}$ ,  $r = 2,25 \text{ m}$ ,  $v = 12,25 \text{ m}$ . Objem válce je

$$V_v = \pi r^2 v, \quad V = 2,25^2 \cdot 12,25 \cdot \pi \doteq 62\pi \text{ m}^3,$$

$$V = V_t - V_v = 210 - 62\pi \doteq 15,22 \text{ m}^3.$$

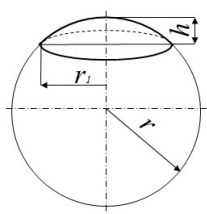
Počet  $p$  procent vypočteme ze základu  $V_t = 210 \text{ m}^3$ :

$$p = \frac{100 \cdot 15,22}{210} \doteq 7,22 \text{ \%}.$$

V menším tanku zaplní pivo v zaoblených částech necelých deset procent, ve větším tanku asi sedm procent celkového objemu tanku.

Na stránkách [http://dopocitej.cz/kulova\\_usec.html](http://dopocitej.cz/kulova_usec.html) je přehledná tabulka s veličinami týkajícími se koule a jejích částí.

VÝPOČET POVRCHU, OBJEMU, PRŮMĚRU KOULE A VÝŠKY KULOVÉ ÚSEČE A POVRCHU KULOVÉHO VRCHLÍKU ZE VZTAHŮ:



$$S = \pi r_1^2 + 2\pi r h$$

$$S_v = 2\pi r h$$

$$V = \frac{1}{6} \pi h (3r_1^2 + h^2)$$

$$r_1 = \sqrt{h(2r-h)}$$

TIP: pokud máte zadanou jinou veličinu k výpočtu koule můžete ji dopočítat ze vztahů pro **kruh** a nebo **kruhové úseče**

Zadejte jakékoliv dvě veličiny a zvolte všechny jednotky

Poloměr koule $r =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Poloměr kulové úseče $r_1 =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Výška kulové úseče $h =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Povrch kulové úseče $S =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Povrch kulového vrchlíku $S_v =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Objem kulové úseče $V =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

pozn.: výsledné hodnoty jsou zaokrouhlovány na tři desetinná místa

VÝSLEDKY	
$r$	
$r_1$	
$h$	
$S$	2
$S_v$	2
$V$	3

Zadáme dvě známé veličiny, v našem případě poloměr kulové úseče a výšku kulové úseče, doplníme všude požadované jednotky. Program sám dopočítá kromě jiného objem tohoto tělesa. Výsledek (krát dva) koresponduje s naším výpočtem.

Po malý tank:

Pro velký tank:

TIP: pokud máte zadanou jinou veličinu k výpočtu koule můžete ji dopočítat ze vztahů pro **kruh** a nebo **kruhové úseče**

Zadejte jakékoliv dvě veličiny a zvolte všechny jednotky

Poloměr koule $r =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Poloměr kulové úseče $r_1 =$ <input type="text"/>	1150	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Výška kulové úseče $h =$ <input type="text"/>	470	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Povrch kulové úseče $S =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Povrch kulového vrchlíku $S_v =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Objem kulové úseče $V =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

pozn.: výsledné hodnoty jsou zaokrouhlovány na tři desetinná místa

VÝSLEDKY	
$r$	1641.915 mm
$r_1$	1150 mm
$h$	470 mm
$S$	9.003 m <sup>2</sup>
$S_v$	4.849 m <sup>2</sup>
$V$	1.031 m <sup>3</sup>

TIP: pokud máte zadanou jinou veličinu k výpočtu koule můžete ji dopočítat ze vztahů pro **kruh** a nebo **kruhové úseče**

Zadejte jakékoliv dvě veličiny a zvolte všechny jednotky

Poloměr koule $r =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Poloměr kulové úseče $r_1 =$ <input type="text"/>	2250	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Výška kulové úseče $h =$ <input type="text"/>	915	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Povrch kulové úseče $S =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Povrch kulového vrchlíku $S_v =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Objem kulové úseče $V =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

pozn.: výsledné hodnoty jsou zaokrouhlovány na tři desetinná místa

VÝSLEDKY	
$r$	3223.893 mm
$r_1$	2250 mm
$h$	915 mm
$S$	34.439 m <sup>2</sup>
$S_v$	18.535 m <sup>2</sup>
$V$	7.677 m <sup>3</sup>