

Tento výukový materiál byl vytvořen v rámci projektu MatemaTech – Matematickou cestou k technice.	
Předmět:	Matematika
Téma:	Rovnostranný trojúhelník Kosinová věta Podobnost trojúhelníků
Věk žáků:	16 - 19
Časová dotace:	1 vyučovací hodina
Potřebné pomůcky, požadavky na techniku:	kalkulačka
Požadované znalosti a dovednosti žáků:	<ul style="list-style-type: none">- podobnost trojúhelníků- kosinová věta- aritmetická posloupnost (není nutné)- znalost pojmů mostovka, pylon, závěs
Získané dovednosti a znalosti:	<ul style="list-style-type: none">- rozvoj čtenářské gramotnosti- osvojení odborných pojmů stavební praxe mostů- schopnost čtení grafických návrhů
Aplikace tématu v reálném životě:	Architektonický návrh mostní stavby
Zdroje:	https://www.archiweb.cz/n/home/usti-nad-labem-planuje-prodat-mariansky-most
Autor:	Mgr. Hana Mahnelová, Ph. D.

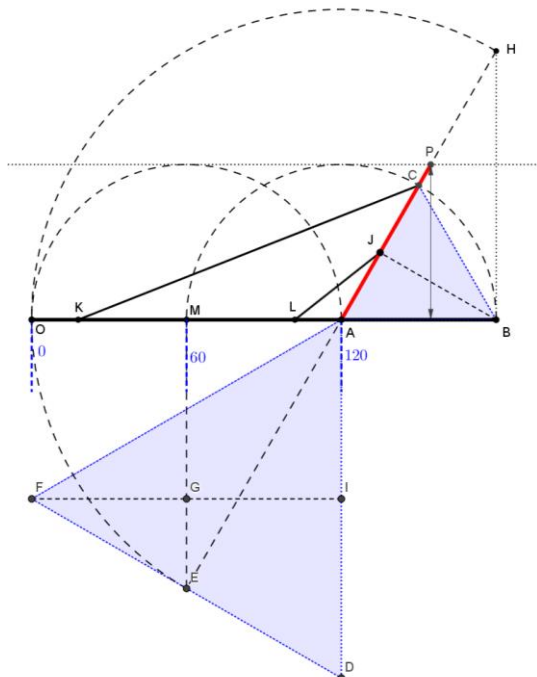
PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKY (k tisku)



Obrázek 1 – Mariánský most, Ústí nad Labem

(zdroj: <https://www.archiweb.cz/n/home/usti-nad-labem-planuje-prodat-mariansky-most>)

Inspirací pro základní geometrickou konstrukci architektonického návrhu podoby mostu se stal rovnostranný trojúhelník a třetinové dělení (obr. 2). Všechna další menší dělení vycházejí ze šestimetrového modulu, jeho dělitelů a násobků. Na obrázku 2 je zkonstruována první část návrhu podélného řezu mostu. Uvažujme, že architekt vycházel ze základního rovnostranného trojúhelníka ABC o straně 60 m. Strana AC určuje směr pylonu AP a současně v prodloužení vymezuje konec kratšího pole AB . Úsečka OB znázorňuje mostovku a její délka je 180 m. Hlavní mostní pole je zavěšeno na 2×15 závěsích (15 na každé straně mostovky) umístěnými na mostovce ve vodorovném směru ve stejných intervalech vedle sebe a ve vzdálenosti 18 m od z našeho pohledu levého okraje mostovky (bod O) a od paty A pylonu. Na obr. 2 je také vyznačen nejkratší a nejdelší závěs.



Obrázek 2 – Architektonický návrh mostu

(podle zdroje <http://koucky-arch.eu/018/>)

- 1) Jaká je délka AP pylonu nad mostovkou?
Jaký je sklon pylonu?
- 2) Jaká je kolmá výška pylonu (vzdálenost bodu P od mostovky)?
- 3) Jaká je vzdálenost umístění sousedních závěsů na mostovce?
- 4) Jak dlouhý je nejkratší a nejdelší závěs, jestliže nejkratší je na pylonu zavěšen v polovině strany AC ?

METODICKÉ POKYNY

PL je vhodné použít pro práci ve dvojici.

Mostovku můžeme laicky chápat jako část mostu, kterou tvoří vozovka nebo železnice, čili jako plochu, po které mohou jezdit vozidla nebo se pohybovat chodci. **Pylonem** rozumíme podpůrnou podpěru, obvykle se jedná o sloup (kolmý nebo šikmý), sahající nad mostovku. **Mostní závěsy** tvoří nejčastěji ocelová lana nebo kabely, spojují např. mostovku s pylonem a stabilizují nosnou konstrukci.

VZOROVÉ ŘEŠENÍ

Odpovědi na první dvě otázky vyčteme z obrázku 2. Pylon je postaven tak, aby s rovinou mostovky svíral úhel 60° . Z provedené konstrukce plyne, že kolmá výška pylonu je 60 m.

Pro správné řešení třetí otázky je potřeba zjistit vzdálenost bodů K , L a uvědomit si správný počet mezer mezi 15 závěsy. Platí $|OK| = 18$ m, $|OL| = 102$ m, proto $|KL| = 84$ m. Mezi 15 závěsy musí být 14 mezer a jejich délka nás zajímá. To znamená, že vzdálenost 84 m musíme rovnoměrně podělit mezi 14 mezer, na každou tak připadá délka 6 m.

Délku nejkratšího závěsu, tj. na obr. 2 velikost $|LJ|$, vypočítáme z trojúhelníku $L AJ$, ve kterém známe velikosti dvou stran a úhlu jimi sevřeného, $|LA| = 18$ m, $|AJ| = 30$ m a $|\sphericalangle JAL| = 120^\circ$. Podle kosinové věty platí

$$|LJ|^2 = |LA|^2 + |AJ|^2 - 2 \cdot |LA| \cdot |AJ| \cdot \cos|\sphericalangle JAL|,$$

$$|LJ|^2 = 18^2 + 30^2 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \cos 120^\circ$$

$$|LJ| = 42.$$

Nejkratší závěs měří 42 metrů.

Analogicky lze vypočítat délku nejdelšího závěsu. Můžeme vycházet například z trojúhelníku KBC , známe $|BC| = 60$ m, $|\sphericalangle KBC| = 60^\circ$ a $|KB| = |KA| + |AB| = 162$ m. Užitím kosinové věty spočítáme

$$|KC| = \sqrt{162^2 + 60^2 - 2 \cdot 162 \cdot 60 \cdot \cos 60^\circ}$$

$$|KC| \approx 141,86.$$

Největší délka závěsu je asi 142 m a dostáváme první rozměr, který není násobkem 6, nejbližšími násobky jsou čísla 138 a 144. Je zřejmé, že vždy není možné ve všech směrech dodržet ideální představu architekta.

Trojúhelníky ANP a ASC jsou podobné, $\Delta ASC \sim \Delta ANP$ (*sus*) s koeficientem podobnosti $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$, který lze také snadno určit. Abychom zjistili celkovou délku pylonu nad mostovkou, potřebujeme zjistit vzdálenost $|CP|$. A právě ze zmíněné podobnosti trojúhelníků plyne

$$\frac{|AC| + |CP|}{|PN|} = \frac{|AC|}{|CS|} \Rightarrow |CP| = \frac{|AC| \cdot |PN|}{|CS|} - |AC|$$

a po dosazení (úsečka CS je výškou rovnostranného trojúhelníka, proto má velikost $30\sqrt{3}$)

$$|CP| = \frac{60 \cdot 60}{30\sqrt{3}} - 60 \approx 9,28$$

Výsledná délka pylonu nad mostovkou je pak přibližně 69 metrů.